

ÖRNEK: A ve B gibi iki satranç oyuncusu 5 kez oynuyorlar. A oyuncusunun ~~bir~~ ^{bir oyunu} kazanma olasılığı 0.6 dir. A oyuncusunun oyunu kazanma olasılığını bulunuz?

Çözüm: $n = 5$ oyun oynanıyor.
 X : A oyuncusunun oyunu kazanması da

$$P(X=x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot q^{n-x}, \quad x = 0, 1, \dots, n$$

$$\Rightarrow P(X \geq 3) = \binom{5}{3} \cdot (0.6)^3 \cdot (0.4)^2 + \binom{5}{4} \cdot (0.6)^4 \cdot (0.4)^1 + \binom{5}{5} \cdot (0.6)^5 \cdot (0.4)^0 = 0.6244$$

Örnek

Bir torbada 5 siyah, 10 kırmızı bilye vardır. Torbadan çekilenin yerini koyma şartı altında üç bilye çekilir. Her.

a.) Çekilen üç bilyeden birinin siyah olma ihtimali nedir.

b.) Çekilen bilyelerin birden çok siyah olma ihtimali nedir.

Çözüm : X: Çekilen bilyenin siyah olması
n=3 deneme sayısı.

$$a.) p(x=1) = \binom{3}{1} \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^2$$
$$= \frac{3!}{2! \cdot 1!} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9}$$
$$= \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{9}$$
$$p = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$
$$q = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$b.) p(x > 1) = p(x=2) + p(x=3)$$
$$= \binom{3}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^{3-2} + \binom{3}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^{3-3}$$
$$= 3 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{27}$$

Çekilen 3 bilyenin 2 veya 3 tanesinin siyah olma ihtimali.

* Örnek : 5 seçeneği 150 sorunun sorulduğu bir sınavda cevaplar tesadüfi olarak işaretlendiğine göre;

- Hiçbir sorunun doğru cevaplandırılması ihtimalini,
- 150 sorunun doğru cevaplandırılması ihtimalini,
- Beklenen doğru cevap sayısını ve varyansını bulunuz.
- Karakteristik fonksiyonunu bulunuz.

Çözüm : X: Doğru cevaplandırılan soru sayısı

$$a.) p = \frac{1}{5} \text{ bir sorunun doğru olması olasılığı.}$$

$$p(x=0) = \binom{150}{0} \left(\frac{1}{5}\right)^0 \left(\frac{4}{5}\right)^{150}$$
$$= 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{150} = \left(\frac{4}{5}\right)^{150}$$

$$b.) p(x=150) = \binom{150}{150} \left(\frac{1}{5}\right)^{150} \left(\frac{4}{5}\right)^0$$
$$= 1 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{150} \cdot 1 = \left(\frac{1}{5}\right)^{150}$$

c.) $E(x) = n \cdot p = 150 \cdot \frac{1}{5} = 30$,, sorular tes.
olarak işaretlenirse
30 tane doğru cevap
beklenir.

$$V(x) = n \cdot p \cdot q = 150 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} = 24$$

$$d.) \Phi_x(t) = (e^{it} \cdot p + q)^n = \left(e^{it} \cdot \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \right)^{150}$$

Örnek: Bir fabrikada üretilen otomobillerin hatalı üretilmesi olasılığı 0.002 dir. Üretilen 120 otomobilden; a) en fazla 2 tanesinin hatalı olma olasılığı, b) Hiç hatalı olma olasılığını bulunuz.

Çözüm: X : Üretilen otomobilin hatalı olması,

X t.d. ni $p = 0.002$, $n = 120$ parametrelili binom dağılımı gösterir. $q = 1 - 0.002 = 0.998$

$$p(x) = \binom{120}{x} \cdot (0.002)^x \cdot (0.998)^{120-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, 120$$

$$\begin{aligned} a.) \quad p(x \leq 2) &= p(x=0) + p(x=1) + p(x=2) \\ &= \binom{120}{0} \cdot (0.002)^0 \cdot (0.998)^{120} + \binom{120}{1} \cdot (0.002)^1 \cdot (0.998)^{119} \\ &\quad + \binom{120}{2} \cdot (0.002)^2 \cdot (0.998)^{118} \\ &= \dots \end{aligned}$$

$$b.) \quad p(x=0) = \binom{120}{0} \cdot (0.002)^0 \cdot (0.998)^{120}$$

Ödev : Bir kahvehanede oturanların 0.60'ı sigara içiyorsa, tesadüfi seçilen 10 kişiden,

a.) 3 kişinin sigara içme olasılığını,

b.) En az 2 kişinin sigara içme olasılığını,

c.) Hiç kimsenin sigara içmeme olasılığını hesaplayınız! $n=10$, $p=0.60$

$$P(x=3)=?, \quad P(x \geq 2) = 1 - P(x \leq 1) \\ = 1 - P(x=0) - P(x=1) = ?$$

$$P(x=0) = ?$$
